

# Théorie des mécanismes

## 1. Définitions.

Il va s'agir, pour une chaîne de solides constituant un mécanisme de préciser si on est capable de calculer les efforts de liaison entre les différents solides de ce mécanisme.

L'objectif étant de faire des choix pour réaliser les assemblages (dimensions, matière, technologie etc..)

### 1.1 Mobilité d'un mécanisme.

- ♣ La **mobilité**  $m$  est le nombre de relations indépendantes qui existent entre les paramètres cinématiques du mécanisme. *Cela peut être interprété comme le nombre de paramètres cinématique indépendants qu'il faut connaître pour définir la position (ou les mouvements) de toutes les pièces du mécanisme.*

Elle peut être décomposée en la somme de la mobilité utile et la mobilité interne.

$$m = m_u + m_i$$

- ♣ La **mobilité utile**  $m_i$  est le nombre de relations indépendantes qui existe entre les paramètres cinématiques d'entrée et de sortie du mécanisme. *Cela peut être interprété comme le nombre de paramètres cinématique indépendants qu'il faut connaître pour définir la position (ou les mouvements) des pièces d'entrée et de sortie du mécanisme.*
- ♣ La **mobilité interne**  $m_u$  est le nombre de relations indépendantes qui existe entre les paramètres cinématiques des pièces internes du mécanisme. *Cela peut être interprété comme le nombre de paramètres cinématique indépendants qu'il faut connaître pour définir la position (ou les mouvements) de toutes les pièces internes du mécanisme.*

La recherche du nombre de mobilité est une recherche intuitive. Elle est conduite à partir de l'analyse du schéma ; le plus simple est de rechercher le nombre paramètres indépendants nécessaires pour définir la configuration du mécanisme.... Sans oublier les mobilités internes, qui sont parfois difficiles à trouver.

**Remarque** : la notion « d'interne », « d'entrée », « sortie » est toute relative et ne dépend que de la fonction du mécanisme. Deux mécanismes équivalents d'un point de vue du graphe des liaisons peuvent être différents selon que les pièces d'entrées et de sortie sont différentes (joint d'Oldham  $\equiv$  scie sauteuse).

## 2. Degré d'hyperstatisme.

### 2.1 Définition.

Un système est hyperstatique lorsque les équations issues de l'application du principe fondamental de la statique (voire de la dynamique) ne permettent pas de calculer toutes les inconnues d'efforts des liaisons.

Le degré d'hyperstatisme  $h$  ( $h_s$ ) est le nombre d'inconnues d'effort de liaison dont il faut imposer la valeur pour pouvoir calculer les autres : c'est la différence entre le nombre d'inconnues et le rang du système d'équations obtenues par l'analyse du mécanisme.

Quand  $h_s = 0$ , le mécanisme est isostatique : il est possible de calculer toutes les inconnues de liaison.

$$h_s = N_s - 6 \cdot (p - 1) + m$$

- ♣  $h_s$  est le degré d'hyperstatisme.
- ♣  $N_s$  est le nombre d'inconnues statique
- ♣  $p$  est le nombre de pièces du mécanisme (bâti compris).
- ♣  $m$  est la mobilité du mécanisme, avec  $m = m_u + m_i$

## 2.2 Interprétation de l'hyperstatisme d'un point de vue cinématique.

Un degré d'hyperstatisme correspond à une variable cinématique imposée dans une liaison, alors que les équations issues de la fermeture géométrique de la chaîne cinématique auraient permis de déterminer cette valeur. Dans ce cas, on est en présence d'une liaison surabondante. Il y a conflit.

Ce qui explique l'existence d'une formule cinématique donnant  $h$ .

$$h = 6.n_B - I_c + m$$

- ♣  $h$  est le degré d'hyperstatisme.
- ♣  $I_c$  est le nombre d'inconnues cinématique : la somme des degrés de liberté de chaque liaison
- ♣  $n_B$  est le nombre de boucles indépendante de la chaîne cinématique.
- ♣  $m$  est la mobilité du mécanisme, avec  $m = m_u + m_i$

## 2.3 Réserve.

L'étude cinématique et l'étude statique conduisent à la même valeur de l'indice de mobilité à condition qu'il y ait dualité entre le torseurs cinématiques et ceux des efforts transmissibles des liaisons. Cette dualité est acquise lorsque les **liaisons sont parfaites**.

## 3. A propos des mécanismes hyperstatiques et isostatiques.

Lors d'une étude d'avant projet, avant de « mettre » de la matière et de rechercher des solutions techniques, il faut choisir un squelette au mécanisme, c'est à dire réaliser son schéma cinématique.

Si nous sommes en présence d'un mécanisme **hyperstatique**, il est impossible de déterminer les inconnues statiques de liaison. Il manquera alors des critères importants pour faire les choix de conception de ces liaisons : roulements, paliers lisses, matériaux, dimension...

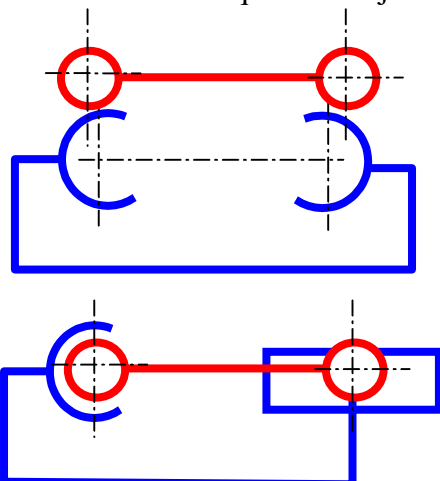
plusieurs possibilités se présentent :

1. Rendre le système isostatique.
2. Garder un système hyperstatique et trouver un autre moyen pour calculer les efforts.
3. Garder un système hyperstatique et s'assurer que les inconnues hyperstatiques soient nulles.

### 3.1 Rendre un système isostatique.

Le degré d'hyperstatisme étant égal à  $h$ , il faut ajouter  $h$  degrés de liberté aux différentes liaisons pour le rendre isostatique. La détermination des bons degrés de liberté à ajouter est intuitive.

Il faut rechercher les liaisons qui bloquent, si on considère la définition cinématique de l'hyperstatisme : certains paramètres cinématique sont déjà définis par les pièces elles mêmes et sont contradictoire avec le montage.

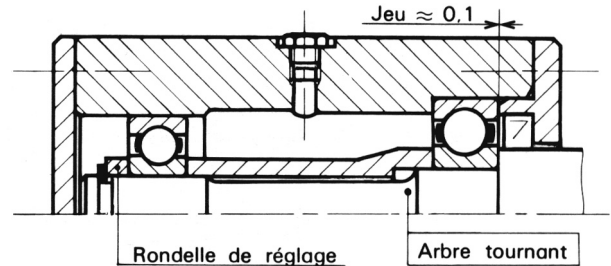


Les entre axes sont nécessairement différents, car en réalité, il est impossible de garantir des dimensions rigoureusement identiques. Dans le cas de solides indéformables, le montage est donc impossible, il y a **hyperstatisme**. Il faut libérer les degrés de liberté dus à la liaison surabondante

C'est ce que l'on fait en modifiant une rotule par une linéaire annulaire. La mise en place se fait naturellement.

Il faut bien sûr s'assurer que le mécanisme final aura bien pour modèle, le modèle isostatique. Pour cela, il est possible de modifier complètement la liaison, d'augmenter les jeux, ou d'intercaler de nouvelles pièces.

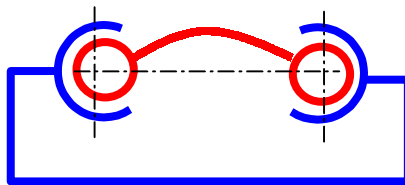
Pour notre exemple, on réalisera un montage de roulements dont un sera arrêté en translation alors que l'autre non (un roulement à billes est modélisé par une rotule, car il ne supporte par de couple).



### 3.2 Garder un système hyperstatique et trouver un autre moyen pour calculer les efforts.

Il est impossible de déterminer les inconnues de liaison, si on garde l'hypothèse de solides indéformables. Pour calculer les inconnues de liaisons d'un système hyperstatique il faut prendre en compte leurs déformations.

Les inconnues de liaison dépendent de la résistance à la déformation des matériaux. Si le matériaux est souple, le montage du mécanisme se fera sans mal. S'il est raide, des contraintes internes vont apparaître. Quoiqu' il en soit, en étudiant leurs déformations, il est possible de prévoir les inconnues hyperstatique et de faire les choix appropriés.

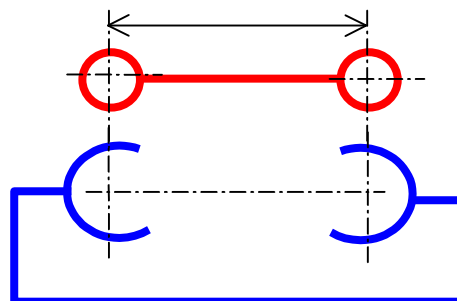


### 3.3 Garder le système hyperstatique et s'assurer que les composantes inconnues soient nulles.

Si on s'assure que les inconnues statiques sont nulles, il est alors possible de terminer les calculs afin de prévoir.

Pour cela, il est nécessaire d'imposer des conditions géométrique sur les pièces pour éviter le conflit entre les liaisons surabondantes. Dans ce cas, les déformations seront faibles car les efforts nuls.

Les conditions géométriques sont du genre : dimensions, parallélisme, perpendicularité, coaxialité.



### 3.4 Conclusion.

Tant que possible, il est préférable d'avoir un mécanisme isostatique :

- Car imposer des conditions géométriques implique des coûts de fabrication plus élevés en raison du soin à apporter à la réalisation.
- Car s'engager dans des calculs de RdM augmente les coûts de développement. Les résultats trouvés avec cette méthode impliquent généralement des solutions techniques plus onéreuses que pour un mécanisme isostatique.

Il est parfois préférable d'avoir un mécanisme hyperstatique :

- lorsque les efforts rentrant en jeu, sont si importants que l'isostatisme n'empêche pas les déformations. Un mécanisme hyperstatique, grâce à des liaisons intermédiaires peut limiter les déformations, augmenter sa rigidité. Toutefois, il n'est pas possible de se passer des conditions géométriques à imposer.

C'est le cas d'un vilebrequin à 5 paliers :

